



# *Економетрика*

ЛЕКЦІЯ 6. МОДЕЛЬ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ З  
ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНИМИ ЗБУРЕННЯМИ

Д.Е.Н., ПРОФЕСОР СТАВИЦЬКИЙ А.В.

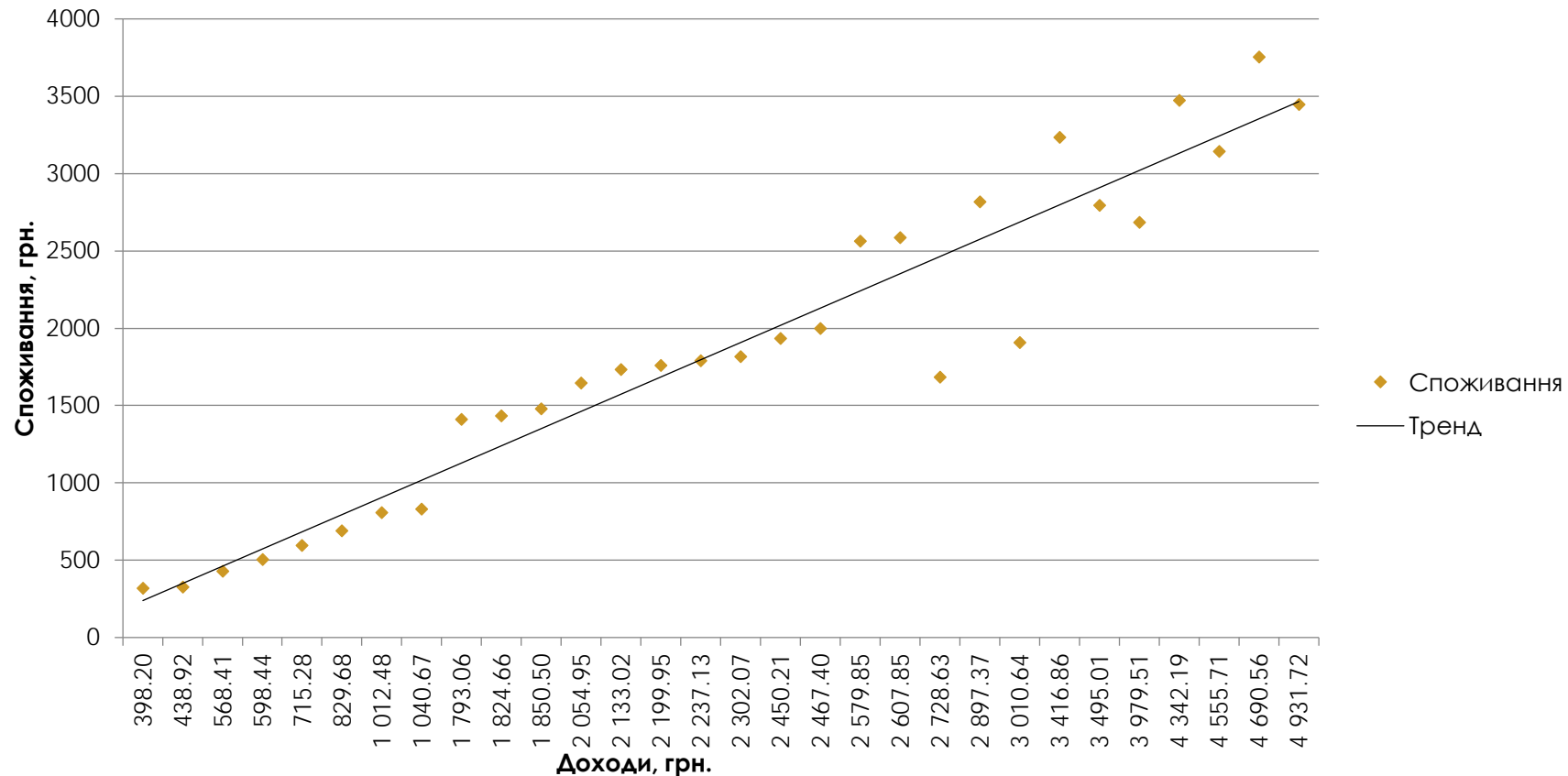
# Класична модель

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_{k-1} x_{k-1t} + \varepsilon_t, t = \overline{1, n}$$

# Припущення щодо збурень

- Нульове середнє:  $M\varepsilon_t = 0, t = \overline{1, n}$
- Рівність дисперсій (гомоскедастичність):  $D\varepsilon_t = M\varepsilon_t^2 = \sigma^2 = const, t = \overline{1, n}$
- Незалежність збурень:  $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_\tau) = M\varepsilon_t\varepsilon_\tau = 0, t \neq \tau$
- Незалежність збурень та регресорів:  $cov(\varepsilon_t, x_{jt}) = 0, \forall t, j$
- Нормальність збурень:  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \forall t$

# Споживання в залежності від доходів



# Модель з гетероскедастичними збуреннями

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_{k-1} x_{k-1t} + v_t, t = \overline{1, n}$$

- Нульове середнє:  $Mv_t = 0, t = \overline{1, n}$
- **Різні дисперсії (гетероскедастичність):**  $Dv_t = Mv_t^2 = \sigma_t^2 \neq const, t = \overline{1, n}$
- Незалежність збурень:  $cov(v_t, v_\tau) = Mv_t v_\tau = 0, t \neq \tau$
- Незалежність збурень та регресорів:  $cov(v_t, x_{jt}) = 0, \forall t, j$
- Нормальність збурень:  $v_t \sim N(0, \sigma_t^2) \forall t$

# Коваріаційна матриця

$$Dv = \text{cov}(\vec{v} \cdot \vec{v}^T) = M(\vec{v} \cdot \vec{v}^T) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \text{cov}(v_1, v_2) & \cdots & \text{cov}(v_1, v_n) \\ \text{cov}(v_2, v_1) & \sigma_2^2 & \cdots & \text{cov}(v_2, v_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \text{cov}(v_n, v_1) & \text{cov}(v_n, v_2) & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

# Наслідки гетероскедастичності

- Використання звичайного методу найменших квадратів не буде оптимальним, адже не виконуються умови теореми Гауса-Маркова. Оцінки МНК будуть **незміщеними, але не будуть ефективними** (не матимуть найменшої дисперсії). Таким чином, повинен існувати метод для оцінки регресії з кращими характеристиками.
- Стандартні оцінки коваріаційної матриці оцінки МНК будуть **зміщеними**, і, як наслідок, процедури перевірки гіпотез та інтервального оцінювання, основані на стандартних статистиках, будуть некоректними. Іншими словами, **використання звичайного МНК для розглянутої моделі призведе до некоректної перевірки статистичних гіпотез.**



# *Способи позбавлення від гетероскедастичності*

- Нормування на індекс цін
- Приведення даних до індексів
- Стандартизація даних
- Респецифікація моделі



## *Зважений метод найменших квадратів у випадку відомої коваріаційної матриці збурень*

- Припустимо, що коваріаційна матриця збурень відома з точністю до коефіцієнта пропорційності, тобто

$$Dv_t = \sigma^2 w_t^2$$

де  $w_t$  відомі, а  $\sigma^2$  – невідомий коефіцієнт пропорційності.

# Модифікація моделі

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_{k-1} x_{k-1t} + v_t, t = \overline{1, n} \quad : w_t$$

$$\frac{y_t}{w_t} = \beta_0 \frac{1}{w_t} + \beta_1 \frac{x_{1t}}{w_t} + \beta_2 \frac{x_{2t}}{w_t} + \dots + \beta_{k-1} \frac{x_{k-1t}}{w_t} + \frac{v_t}{w_t}, t = \overline{1, n}$$

$$y_t^* = \beta_0 x_{t0}^* + \beta_1 x_{t1}^* + \dots + \beta_{k-1} x_{t,k-1}^* + \varepsilon_t, t = \overline{1, n}$$

# Збурення

$$M \varepsilon_t = M \frac{v_t}{w_t} = \frac{1}{w_t} M v_t = 0$$

$$D \varepsilon_t = M \varepsilon_t^2 = M \left( \frac{v_t}{w_t} \right)^2 = \frac{1}{w_t^2} M v_t^2 = \frac{1}{w_t^2} D v_t = \frac{1}{w_t^2} \sigma^2 w_t^2 = \sigma^2$$

$$\text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_\tau) = M \varepsilon_t \varepsilon_\tau = M \frac{v_t v_\tau}{w_t w_\tau} = \frac{1}{w_t w_\tau} M v_t v_\tau = \frac{1}{w_t w_\tau} \text{cov}(v_t, v_\tau) = 0$$

- Збурення нової моделі відповідають умовам теореми Гауса-Маркова, а сама регресія - є моделлю класичної лінійної регресії.

# Оцінка зваженого МНК

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_{k-1} x_{k-1t} + v_t, t = \overline{1, n}$$

- Оцінкою **зваженого МНК** коефіцієнтів моделі з гетероскедастичними збуреннями називається оцінка звичайного МНК, знайдена за модифікованою моделлю:

$$y_t^* = \beta_0 x_{t0}^* + \beta_1 x_{t1}^* + \dots + \beta_{k-1} x_{t,k-1}^* + \varepsilon_t, t = \overline{1, n}$$

*Але...*

- На практиці у більшості випадків ваги  $w_t$  невідомі.
- Якщо не робити ніяких додаткових припущень, то їх оцінити неможливо, тому що їх кількість дорівнює кількості спостережень.
- Існує декілька способів, що дозволяються обрахувати величини  $w_t$  на практиці.

# Виявлення гетероскедастичності

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

## Тести:

- загальні
  - тест Голдфелда-Квондта
- регресійні
  - тест Глейзера,
  - тест Уайта,
  - тест Бройша-Пагана-Годфрея.

# Тест Голдфелда-Квондта – I

- Нехай сукупність  $n$  спостережень розбита на дві групи обсягами  $n_1$  і  $n_2$ .
- Частину спостережень з середніми значеннями можна виключити. В цьому випадку  $n_1 + n_2 < n$ .
- $\hat{\sigma}_1^2$  – оцінка дисперсії збурень за першою групою спостережень,
- $\hat{\sigma}_2^2$  – оцінка дисперсії збурень за другою групою спостережень.



# Тест Голдфелда-Квондта – 2

- ЯКЩО  $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

$$F_{pr} = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} \sim F(1-\alpha; n_1 - k; n_2 - k)$$

- ЯКЩО  $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$

$$F_{pr} = \frac{\hat{\sigma}_2^2}{\hat{\sigma}_1^2} \sim F(1-\alpha; n_2 - k; n_1 - k)$$

- ЯКЩО  $F_{pr} < F_{teor}$ , ТО ВВАЖАЮТЬ, ЩО ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНІСТЬ ВІДСУТНЯ.

# Приклад – I

Equation: EQ04 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: YD  
Method: Least Squares  
Date: 10/23/13 Time: 13:28  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1201.658	385.5727	-3.116553	0.0039
PB	166.6363	11.38999	14.63006	0.0000

R-squared	0.873489	Mean dependent var	3886.303
Adjusted R-squared	0.869408	S.D. dependent var	2646.616
S.E. of regression	956.4196	Akaike info criterion	16.62296
Sum squared resid	28356892	Schwarz criterion	16.71366
Log likelihood	-272.2789	Hannan-Quinn criter.	16.65348
F-statistic	214.0388	Durbin-Watson stat	0.735354
Prob(F-statistic)	0.000000		

Group: GROUP01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Default Sort Transpose Edit+/-

obs	PB	YD
6	14.90000	1741.000
5	15.60000	1664.000
4	16.00000	1583.000
3	16.30000	1581.000
7	17.20000	1802.000
14	18.00000	2296.000
15	19.80000	2448.000
13	19.90000	2144.000
11	20.20000	1991.000
10	20.40000	1947.000
12	21.30000	2073.000
8	21.90000	1832.000
16	22.30000	2613.000
17	22.30000	2757.000
9	22.60000	1903.000
18	23.40000	2956.000
2	24.30000	1515.000
19	26.20000	3152.000
20	27.10000	3393.000
1	28.70000	1465.000
21	29.00000	3630.000
25	32.30000	5132.000
22	33.50000	3880.000
26	33.70000	5550.000
27	34.50000	6046.000
24	35.60000	4710.000
23	42.80000	4346.000
28		

# Приклад – 2

Equation: UNTITLED Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: YD1  
Method: Least Squares  
Date: 08/27/13 Time: 16:26  
Sample: 1 13  
Included observations: 13

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	361.8733	544.7097	0.664342	0.5202
PB1	86.17985	28.80199	2.992149	0.0123

R-squared	0.448703	Mean dependent var	1978.077
Adjusted R-squared	0.398585	S.D. dependent var	327.0641
S.E. of regression	253.6412	Akaike info criterion	14.05036
Sum squared resid	707672.5	Schwarz criterion	14.13727
Log likelihood	-89.32732	Hannan-Quinn criter.	14.03249
F-statistic	8.952957	Durbin-Watson stat	1.431484
Prob(F-statistic)	0.012251		

Equation: UNTITLED Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: YD1  
Method: Least Squares  
Date: 08/27/13 Time: 16:28  
Sample: 21 33  
Included observations: 13

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-94.74948	1353.960	-0.069980	0.9455
PB1	147.0193	28.77811	5.108717	0.0003

R-squared	0.703496	Mean dependent var	6568.615
Adjusted R-squared	0.676541	S.D. dependent var	2303.086
S.E. of regression	1309.845	Akaike info criterion	17.33384
Sum squared resid	18872623	Schwarz criterion	17.42076
Log likelihood	-110.8700	Hannan-Quinn criter.	17.31598
F-statistic	26.09899	Durbin-Watson stat	1.275689
Prob(F-statistic)	0.000339		

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{707672,5}{13 - 2} = 64333,86$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{18872623}{13 - 2} = 1715693$$

$$F_{pr} = \frac{\hat{\sigma}_2^2}{\hat{\sigma}_1^2} = \frac{1715693}{64333,86} = 26,67$$

$$F_{teor} = F(0,95;11;11) = 2,83$$

$H_0^-$

# Критерій Глейзера

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + v_t$$

1.  $\hat{v}_t = y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_t$

2. Будується регресія модуля залишків відносно однієї з таких функцій:

$$|\hat{v}_t| = \gamma + \delta x_t + \varepsilon_t \quad |\hat{v}_t| = \gamma + \delta \sqrt{|x_t|} + \varepsilon_t \quad |\hat{v}_t| = \gamma + \delta \frac{1}{x_t} + \varepsilon_t \quad |\hat{v}_t| = \gamma + \delta \ln|x_t| + \varepsilon_t \quad \dots$$

3. Якщо хоча б одна з регресій виявиться адекватною, то гетероскедастичність наявна:

$$F_{pr} \sim F(1-\alpha; k-1; n-k) \quad \text{або} \quad \chi_{pr}^2 = nR^2 \sim \chi^2(1-\alpha; k-1)$$

# Приклад (вручну)

Equation: EQ04 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: YD  
Method: Least Squares  
Date: 12/27/06 Time: 12:28  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PB	166.6363	11.38999	14.63006	0.0000
C	-1201.658	385.5727	-3.116553	0.0039

R-squared	0.873489	Mean dependent var	3886.303
Adjusted R-squared	0.869408	S.D. dependent var	2646.616
S.E. of regression	956.4196	Akaike info criterion	16.62296
Sum squared resid	28356892	Schwarz criterion	16.71366
Log likelihood	-272.2789	F-statistic	214.0388
Durbin-Watson stat	0.735354	Prob(F-statistic)	0.000000

Equation Estimation

Specification Options

Equation specification  
Dependent variable followed by list of regressors including ARMA and PDL terms, OR an explicit equation like  $Y=c(1)+c(2)*X$ .

abs(resid) c pb^2

Estimation settings  
Method: LS - Least Squares (NLS and ARMA)  
Sample: 1 33

OK Отмена

Equation: UNTITLED Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: ABS(RESID)  
Method: Least Squares  
Date: 11/10/20 Time: 14:20  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	261.9954	138.2478	1.895114	0.0674
PB^2	0.334171	0.085272	3.918885	0.0005

R-squared	0.331286	Mean dependent var	644.9392
Adjusted R-squared	0.309715	S.D. dependent var	676.1716
S.E. of regression	561.7863	Akaike info criterion	15.55881
Sum squared resid	9783720.	Schwarz criterion	15.64951
Log likelihood	-254.7204	Hannan-Quinn criter.	15.58933
F-statistic	15.35766	Durbin-Watson stat	1.452991
Prob(F-statistic)	0.000457		

# Приклад (автоматично)

Equation: EQ04 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: YD  
Method: Least Squares  
Date: 12/27/06 Time: 12:28  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PB	166.6363	11.38999	14.63006	0.0000
C	-1201.658	385.5727	-3.116553	0.0039

R-squared	0.873489	Mean dependent var	3886.303
Adjusted R-squared	0.869408	S.D. dependent var	2646.616
S.E. of regression	956.4196	Akaike info criterion	16.62296
Sum squared resid	28356892	Schwarz criterion	16.71366
Log likelihood	-272.2789	F-statistic	214.0388
Durbin-Watson stat	0.735354	Prob(F-statistic)	0.000000

Heteroskedasticity Tests

Specification

Test type:

- Breusch-Pagan-Godfrey
- Harvey
- Glejser
- ARCH
- White
- Custom Test Wizard...

Dependent variable: abs(RESID)

The Glejser Test regresses the absolute residuals on the original regressors by default.

Regressors:

pb c

Add equation regressors

OK Cancel

Equation: EQ04 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Heteroskedasticity Test: Glejser

F-statistic	16.85684	Prob. F(1,31)	0.0003
Obs*R-squared	11.62374	Prob. Chi-Square(1)	0.0007
Scaled explained SS	15.50378	Prob. Chi-Square(1)	0.0001

Test Equation:

Dependent Variable: ARESID  
Method: Least Squares  
Date: 11/05/20 Time: 10:48  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-180.5228	222.9040	-0.809868	0.4242
PB	27.03478	6.584681	4.105708	0.0003

R-squared	0.352235	Mean dependent var	644.9392
Adjusted R-squared	0.331339	S.D. dependent var	676.1716
S.E. of regression	552.9170	Akaike info criterion	15.52698
Sum squared resid	9477232.	Schwarz criterion	15.61768
Log likelihood	-254.1952	Hannan-Quinn criter.	15.55750
F-statistic	16.85684	Durbin-Watson stat	1.530452
Prob(F-statistic)	0.000272		

Equation: EQ02 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Representations

Estimation Output

Actual,Fitted,Residual

ARMA Structure...

Gradients and Derivatives

Covariance Matrix

Coefficient Diagnostics

Residual Diagnostics

Stability Diagnostics

Label

	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	0.000225	2.362456	0.0246
	1.055077	1.634371	0.1123

Correlogram - Q-statistics...

Correlogram Squared Residuals...

Histogram - Normality Test

Serial Correlation LM Test...

Heteroskedasticity Tests...

Durbin-Watson stat	1.564802
--------------------	----------

# Критерій Уайта

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + v_t, t = \overline{1, n}$$

1.  $\hat{v}_t = y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{1t} - \hat{\beta}_2 x_{2t} - \hat{\beta}_3 x_{3t}$

2.  $\hat{v}_t^2 = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} +$   
 $+ \beta_4 x_{1t}^2 + \beta_5 x_{2t}^2 + \beta_6 x_{3t}^2 +$   
 $+ \beta_7 x_{1t} x_{2t} + \beta_8 x_{2t} x_{3t} + \beta_9 x_{1t} x_{3t} + \varepsilon_t, t = \overline{1, n}$

3. Якщо така модель виявиться адекватною, то гетероскедастичність має місце.

$$\chi_{pr}^2 = nR^2 \sim \chi^2(1 - \alpha; k - 1)$$



# Приклад

Equation: EQ01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: Y  
Method: Least Squares  
Date: 09/23/20 Time: 13:59  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YD	0.001839	0.000405	4.538711	0.0001
PB	0.247457	0.070428	3.513599	0.0015
PC	-0.819809	0.089305	-9.179902	0.0000
C	31.40959	1.376227	22.82297	0.0000

R-squared	0.963632	Mean dependent var	35.87879
Adjusted R-squared	0.959870	S.D. dependent var	9.927763
S.E. of regression	1.988782	Akaike info criterion	4.326134
Sum squared resid	114.7024	Schwarz criterion	4.507529
Log likelihood	-67.38122	Hannan-Quinn criter.	4.387168
F-statistic	256.1347	Durbin-Watson stat	0.753680
Prob(F-statistic)	0.000000		

Heteroskedasticity Tests

Specification

Test type:

- Breusch-Pagan-Godfrey
- Harvey
- Glejser
- ARCH
- White
- Custom Test Wizard...

Dependent variable: RESID^2

The White Test regresses the squared residuals on the cross product of the original regressors and a constant.

Include White cross terms

OK Cancel

Equation: EQ01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	0.716677	Prob. F(9,23)	0.6887
Obs*R-squared	7.227586	Prob. Chi-Square(9)	0.6134
Scaled explained SS	2.540771	Prob. Chi-Square(9)	0.9798

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2  
Method: Least Squares  
Date: 09/23/20 Time: 14:00  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-19.94193	16.12156	-1.236972	0.2286
YD^2	-1.80E-07	1.14E-06	-0.157509	0.8762
YD*PB	3.19E-05	0.000392	0.081312	0.9359
YD*PC	8.36E-05	0.000338	0.247598	0.8066
YD	-0.000855	0.006084	-0.140567	0.8894
PB^2	-0.007442	0.033422	-0.222681	0.8257
PB*PC	-0.033598	0.054039	-0.621736	0.5402
PB	0.939104	0.905059	1.037617	0.3102
PC^2	-0.032974	0.053848	-0.612360	0.5463
PC	1.608144	1.857038	0.865973	0.3954

R-squared	0.219018	Mean dependent var	3.475829
Adjusted R-squared	-0.086584	S.D. dependent var	3.367886
S.E. of regression	3.510662	Akaike info criterion	5.594534
Sum squared resid	283.4693	Schwarz criterion	6.048021
Log likelihood	-82.30981	Hannan-Quinn criter.	5.747118
F-statistic	0.716677	Durbin-Watson stat	2.207246
Prob(F-statistic)	0.688712		

# Критерій Бройша-Пагана-Годфрея

$$Y = X\beta + v$$

1.  $\hat{v} = Y - X\hat{\beta}$

2.  $\frac{n}{\sum_{i=1}^n \hat{v}_i^2} = \gamma_0 + Z_i^T \gamma + \varepsilon_i$

3.  $\chi_{pr}^2 = \frac{RSS_{\text{дон.пер.}}}{2} \sim \chi^2(1 - \alpha; p)$

де  $p$  – кількість змінних у матриці  $Z$

# Приклад

Equation: EQ01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: Y  
Method: Least Squares  
Date: 09/23/20 Time: 13:59  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YD	0.001839	0.000405	4.538711	0.0001
PB	0.247457	0.070428	3.513599	0.0015
PC	-0.819809	0.089305	-9.179902	0.0000
C	31.40959	1.376227	22.82297	0.0000

R-squared	0.963632	Mean dependent var	35.87879
Adjusted R-squared	0.959870	S.D. dependent var	9.927763
S.E. of regression	1.988782	Akaike info criterion	4.326134
Sum squared resid	114.7024	Schwarz criterion	4.507529
Log likelihood	-67.38122	Hannan-Quinn criter.	4.387168
F-statistic	256.1347	Durbin-Watson stat	0.753680
Prob(F-statistic)	0.000000		

Heteroskedasticity Tests

Specification

Test type:

- Breusch-Pagan-Godfrey
- Harvey
- Glejser
- ARCH
- White
- Custom Test Wizard...

Dependent variable: RESID^2

The Breusch-Pagan-Godfrey Test regresses the squared residuals on the original regressors by default.

Regressors:

yd pb pc c

Add equation regressors

OK Cancel

Equation: EQ01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

F-statistic	0.448822	Prob. F(3,29)	0.7200
Obs*R-squared	1.464202	Prob. Chi-Square(3)	0.6906
Scaled explained SS	0.514722	Prob. Chi-Square(3)	0.9156

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2  
Method: Least Squares  
Date: 09/23/20 Time: 14:11  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.952471	2.393213	1.651533	0.1094
YD	6.88E-06	0.000705	0.009771	0.9923
PB	0.029667	0.122473	0.242235	0.8103
PC	-0.112903	0.155298	-0.727007	0.4730

R-squared	0.044370	Mean dependent var	3.475829
Adjusted R-squared	-0.054489	S.D. dependent var	3.367886
S.E. of regression	3.458425	Akaike info criterion	5.432716
Sum squared resid	346.8604	Schwarz criterion	5.614111
Log likelihood	-85.63982	Hannan-Quinn criter.	5.493750
F-statistic	0.448822	Durbin-Watson stat	2.021717
Prob(F-statistic)	0.720029		

# МНК у формі Хубера-Уайта

- Для оцінювання моделей з гетероскедастичними збуреннями можна використати звичайний метод найменших квадратів. Консистентну у випадку гетероскедастичності оцінку коваріаційної матриці було запропоновано Уайтом

$$D\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T \Omega X (X^T X)^{-1}$$

де  $\Omega$  - діагональна матриця,  $i$ -й діагональний елемент якої дорівнює  $\hat{v}_i^2$ , де  $\hat{v}_i$  - залишки методу найменших квадратів.

# Приклад

Equation Estimation

Specification Options

Coefficient covariance  
Covariance method: Ordinary  
 d.f. Adjustment

Weights  
Type: None  
Weight series:  
Scaling: EViews default

Optimization  
Optimization method: Gauss-Newton  
Step method: Marquardt  
Maximum iterations: 500  
Convergence tolerance: 0.0001  
 Display settings in output

Coefficient name: c

OK Отмена

Equation: EQ01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: Y  
Method: Least Squares  
Date: 09/23/20 Time: 15:34  
Sample: 1 33  
Included observations: 33  
White heteroskedasticity-consistent standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YD	0.001839	0.000395	4.650683	0.0001
PB	0.247457	0.069939	3.538161	0.0014
PC	-0.819809	0.074524	-11.00067	0.0000
C	31.40959	1.158546	27.11120	0.0000

R-squared	0.963632	Mean dependent var	35.87879
Adjusted R-squared	0.959870	S.D. dependent var	9.927763
S.E. of regression	1.988782	Akaike info criterion	4.326134
Sum squared resid	114.7024	Schwarz criterion	4.507529
Log likelihood	-67.38122	Hannan-Quinn criter.	4.387168
F-statistic	256.1347	Durbin-Watson stat	0.753680
Prob(F-statistic)	0.000000	Wald F-statistic	315.9411
Prob(Wald F-statistic)	0.000000		

Equation: EQ01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: Y  
Method: Least Squares  
Date: 09/23/20 Time: 15:35  
Sample: 1 33  
Included observations: 33  
HAC standard errors & covariance (Bartlett kernel, Newey-West fixed bandwidth = 4.0000)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YD	0.001839	0.000475	3.875010	0.0006
PB	0.247457	0.077397	3.197225	0.0033
PC	-0.819809	0.102650	-7.986457	0.0000
C	31.40959	1.773373	17.71178	0.0000

R-squared	0.963632	Mean dependent var	35.87879
Adjusted R-squared	0.959870	S.D. dependent var	9.927763
S.E. of regression	1.988782	Akaike info criterion	4.326134
Sum squared resid	114.7024	Schwarz criterion	4.507529
Log likelihood	-67.38122	Hannan-Quinn criter.	4.387168
F-statistic	256.1347	Durbin-Watson stat	0.753680
Prob(F-statistic)	0.000000	Wald F-statistic	178.8440
Prob(Wald F-statistic)	0.000000		


Equation: EQ01 Workfile: CHICKEN::Chicken\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: Y  
Method: Least Squares  
Date: 09/23/20 Time: 15:31  
Sample: 1 33  
Included observations: 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YD	0.001839	0.000405	4.538711	0.0001
PB	0.247457	0.070428	3.513599	0.0015
PC	-0.819809	0.089305	-9.179902	0.0000
C	31.40959	1.376227	22.82297	0.0000

R-squared	0.963632	Mean dependent var	35.87879
Adjusted R-squared	0.959870	S.D. dependent var	9.927763
S.E. of regression	1.988782	Akaike info criterion	4.326134
Sum squared resid	114.7024	Schwarz criterion	4.507529
Log likelihood	-67.38122	Hannan-Quinn criter.	4.387168
F-statistic	256.1347	Durbin-Watson stat	0.753680
Prob(F-statistic)	0.000000		



*Питання?*